

LİMİT VE SÜREKLİLİK

SORU BANKASI

- KAZANIM ODAKLI KONU ÖZETİ
- YENİ NESİL SORULAR
- PRATİK YÖNTEMLER
- BASAMAKLI ZAMAN YÖNETİMİ
- ÇÖZÜM STRATEJİLERİ
- KADEMELİ TESTLER
- ÖSYM SORULARI

Kadir ÖNER
Faruk KORKMAZ
Fikret HEMEK
Abdullah AHMETOĞLU



You
Tube

Hız ve Renk Uzaktan Eğitim Kanalı'nda
Konu anlatımı ve daha fazlası!



Kitabımızı Tanıyalım!

Konu Özeti

Kazanıma ait temel bilgilerin verildiği bölümdür.

Hızlı Bilgi - Pratik Yöntemler

Zaman kazandıracak ve soruyu kısa yoldan çözenizi sağlayacak bilgilerdir.

Basamaklı Zaman Yönetimi

Zaman yönetimi becerisi kazanmanız amacıyla her testin üzerine ideal çözüm süresi yazılmıştır.

Bilgi Kavrama Sorusu (BKS)

Kazanımın kavranması için verilen farklı zorluk düzeylerinde çözümlü sorulardır.

Kazanım Kavrama Testi (Yeşil Test)

Her kazanımın altında, sadece o kazanımla ilgili sorulardan oluşan testtir.

Bilgi Kavrama Testi (Mavi Test)

Konunun kavranması için temel düzey sorulardan oluşan testtir.

Bilgi Uygulama Testi (Kırmızı Test)

Konunun pekiştirilmesi için üst düzey sorulardan oluşan uygulama testidir.

ÖSYM Tarzı Test (Turuncu Test)

Konu ile ilgili ÖSYM'nin sorabileceği zorlukta hazırlanan karma testtir. Yeni nesil sorular ağırlıktadır.

Çıkış Sorular (Turkuaz Test)

Konu ile ilgili ÖSYM'nin sorduğu soruların bulunduğu testtir.



G. KOORDİNATÖR:
Harun DERİN



YAZARLAR:
Kadir ÖNER
Faruk KORKMAZ
Fikret HEMEK
Abdullah AHMETOĞLU



EDİTÖR:
Nuri SOYUDURU

Copyright © Bu kitabın her hakkı saklıdır.

Hangi amaçla olursa olsun,
bu kitabın tamamının ya da bir kısmının,
kitabı yayımlayan yayınevinin önceden
izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi
ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması,
yayımlanması ve depolanması yasaktır.

ISBN: 978-605-7530-72-1

1308 - 2 - 21



www.hizrenk.com



hizrenk@isler.com.tr



[@hizveren](https://www.instagram.com/hizveren)

SUNUŞ

Sevgili Öğrenciler,

Hepiniz hedeflerinize ulaşmak için sınavlara giriyorsunuz. Bu sınavlara hazırlık süreci uzun, yorucu ve sabır isteyen bir yolculuk. HIZ ve RENK YAYINCILIK olarak bu uzun yolculukta sizlerin destekçisi ve rehberi olmayı bir görev bilmekteyiz. Bu anlayışla hazırladığımız soru bankalarımızla sınavlara hazırlık sürecinde başarınızı daha yukarılara taşımak ve istediğiniz hedefe sizleri ulaştırabilmek temel amacımızdır.

LİMİT VE SÜREKLİLİK SORU BANKASI, siz değerli öğrencilerimizi ÖSYM tarafından hazırlanan AYT sınavında çıkabilecek sorulara adapte edebilme düşüncesiyle oluşturulmuş eşsiz bir yardımcıdır. Kitabımızda 100 tanesi çözümlü ve 330 tanesi video çözümlü olmak üzere, toplam 430 soru bulunmaktadır.

Titiz bir çalışmanın ürünü olan LİMİT VE SÜREKLİLİK SORU BANKAMIZ, MEB'in müfredat programıyla ve ÖSYM'nin soru tarzlarıyla birebir uyumlu olup oluşturulan tüm testler ve sorular konu kavrama ve uygulama sırasına göre kademeli bir şekilde hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanmasında büyük emekleri geçen yazarlarımız Sayın Kadir ÖNER, Faruk KORKMAZ, Fikret HEMEK ve Abdullah AHMETOĞLU'na; kitaptaki soruları titizlikle inceleyen redakte ekibimizin değerli üyeleri: Doç. Dr. Gürhan İÇÖZ, Öner ÇELİKAN, Burcu ALTUNAL, Hülya BODUKCU, Dr. Saygın DİNÇER, Onur ÖZTÜRK, Duygu AYDOĞAN, N. Büşra YAVUZ, Mete AKAR, Eda Nur İLDİZ, Çağdaş POLAT, Mehmet ERTAŞ ve Sultan BÜYÜKHAN'a; editörümüz Nuri SOYUDURU'ya ve dizgi ve tasarım uzmanımız Raşit SAVAŞ'a teşekkür ederiz.

Başarılarınıza Hız ve Renk katabilmek dileğiyle...

HIZ VE RENK YAYINCILIK

İÇİNDEKİLER

LİMİT

| | |
|--|----|
| Yaklaşım Kavramı | 5 |
| Limit Kavramı..... | 8 |
| Limitin Özellikleri..... | 11 |
| Polinom Fonksiyonunun Limiti..... | 14 |
| Parçalı Fonksiyonun Limiti..... | 16 |
| Mutlak Değerli İfadelerin Limiti | 18 |
| Üstel Fonksiyonun Limiti..... | 22 |
| Logaritma Fonksiyonunun Limiti..... | 22 |
| Trigonometrik Fonksiyonların Limiti..... | 23 |
| Bileşke Fonksiyonun Limiti | 27 |
| Limitte Belirsizlik Durumu | 31 |
| Sonsuzda Limit | 37 |
| Limit Testleri | 39 |

SÜREKLİLİK

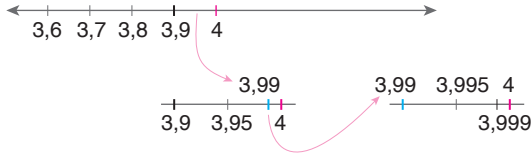
| | |
|---|----|
| Süreklilik Kavramı..... | 63 |
| Kesirli Fonksiyonun Sürekliliği..... | 64 |
| Parçalı Fonksiyonun Sürekliliği..... | 65 |
| Köklü Fonksiyonun Sürekliliği..... | 69 |
| Trigonometrik Fonksiyonların Sürekliliği..... | 70 |
| Logaritma Fonksiyonunun Sürekliliği..... | 71 |
| Grafik Üzerinde Süreklilik | 75 |
| Fonksiyonlarda İşlemler ve Süreklilik | 78 |
| Süreklilik Testleri | 83 |



Yaklaşım Kavramı

Yaklaşım (yaklaşma) kavramı limit konusunun anlaşılabilmesi için oldukça önemlidir.

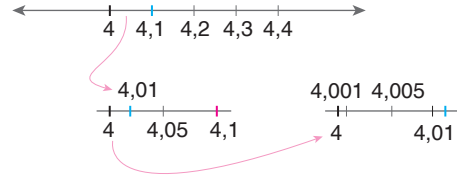
Aşağıdaki gerçel sayı doğrusunda x in 4 sayısına soldan yaklaşımı gösterilmiştir.



Görüldüğü gibi, x artarak 4 e yaklaşmakta ancak hiçbir zaman 4 değerini almamaktadır.

Bu durum $x \rightarrow 4^-$ olarak gösterilmektedir.

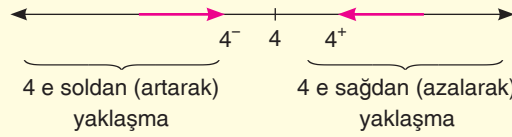
Şimdi de x in 4 e sağdan yaklaşımını inceleyelim.



Görüldüğü gibi, x azalarak 4 e yaklaşmakta ancak hiçbir zaman 4 değerini almamaktadır.

Bu durum $x \rightarrow 4^+$ olarak gösterilmektedir.

HIZLI BİLGİ



BKS 1

Gerçel sayılar kümesinde,

$$f(x) = x + 2$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, x değeri 4 e soldan ve sağdan yaklaşırken $y = f(x)$ değeri hangi sayılara yaklaşır? Bulalım.

Cözüm

Tablo ile gösterelim.

| | | | | | | | | | | | |
|----------|-----|-----|-----|------|-----|---|-----|------|-----|-----|-----|
| x | 3,7 | 3,8 | 3,9 | 3,99 | ... | 4 | ... | 4,01 | 4,1 | 4,2 | 4,3 |
| $y=f(x)$ | 5,7 | 5,8 | 5,9 | 5,99 | ... | 6 | ... | 6,01 | 6,1 | 6,2 | 6,3 |

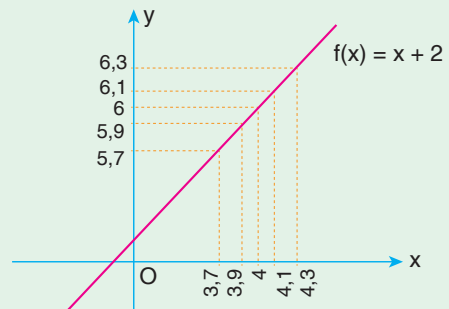
x değeri 4 e soldan yaklaşırken y değeri artarak 6 ya yaklaşır.

Yani $x \rightarrow 4^-$ iken $y \rightarrow 6$ olur.

x değeri 4 e sağdan yaklaşırken y değeri azalarak 6 ya yaklaşır.

Yani $x \rightarrow 4^+$ iken $y \rightarrow 6$ olur.

Şimdi ise grafikte gösterelim.



BKS 2

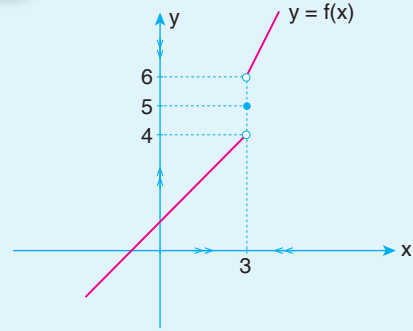
Gerçel sayılar kümesinde,

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x < 3 \\ 5, & x = 3 \\ 2x, & x > 3 \end{cases}$$

fonsiyonu veriliyor.

Buna göre, x değerinin 3 e soldan ve sağdan yaklaşımını inceleyelim.

Çözüm



$x \rightarrow 3^-$ için $f(x) = x + 1$ olur. Dolayısıyla,
 $x \rightarrow 3^-$
 $y = f(3^-) = 3^- + 1 = 4^-$ yani $x \rightarrow 3^-$ iken $y \rightarrow 4$ olur.
 $x \rightarrow 3^+$ için $f(x) = 2x$ olur. Dolayısıyla,
 $x \rightarrow 3^+$
 $y = f(3^+) = 2 \cdot 3^+ = 6^+$ yani $x \rightarrow 3^+$ iken $y \rightarrow 6$ olur.

HIZLI BİLGİ

$f(3) = 5$ olmasına rağmen sol veya sağ yaklaşımaları bulunurken bu değeri kullanmadık.

BKS 3

a ve b toplamları 7 olan gerçel sayılardır.

Buna göre,

- I. $a \rightarrow 3^-$ iken $b \rightarrow 4^+$ olur.
- II. a sayısı azalarak 2 ye yaklaşırken b^2 değeri artarak 25 e yaklaşır.
- III. a sayısı b sayısına yaklaşırken $a \cdot b$ çarpımı artarak 12,25 değerine yaklaşır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) I, II ve III

Çözüm

| | | | | |
|---------|-----|-----|-----|---|
| a | 2,8 | 2,9 | ... | 3 |
| $b=7-a$ | 4,2 | 4,1 | ... | 4 |

Görüldüğü gibi, a sayısı 3 e soldan yaklaşırken b sayısı 4 e sağdan yaklaşır.

Yani $a \rightarrow 3^-$ iken $b = 7 - a = 7 - 3^- = 4^+$ olur.

II. Birinci öncülden

$a \rightarrow 2^+$ iken $b = 7 - a = 7 - 2^+ = 5^-$ olur.

$b \rightarrow 5^-$ iken $b^2 \rightarrow 25^-$ yani b^2 değeri artarak 25 e yaklaşır.

III. $a + b = 7$ olduğundan a sayısı b sayısına yaklaşırken ikisi de $\frac{7}{2} = 3,5$ e yaklaşır.

| | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-----|-------|-----|-------|-------|
| a | 3,3 | 3,4 | ... | 3,5 | ... | 3,6 | 3,7 |
| b | 3,7 | 3,6 | ... | 3,5 | ... | 3,4 | 3,3 |
| a.b | 12,21 | 12,24 | ... | 12,25 | ... | 12,24 | 12,21 |

Görüldüğü gibi hem $a \rightarrow 3,5^-$ hem $a \rightarrow 3,5^+$ için $ab \rightarrow 12,25^-$ olur. Yani a sayısı b sayısına yaklaşırken ab çarpımı artarak 12,25 değerine yaklaşır.

CEVAP: E

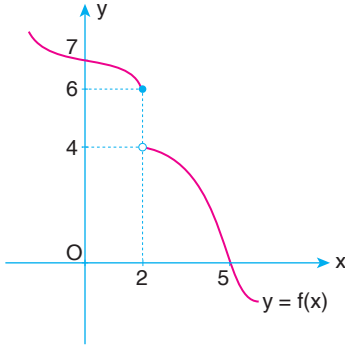
YAKLAŞIM KAVRAMI

1. "x gerçel sayısı 3 e soldan yaklaşırken $x^2 - 1$ ifadesi hangi değere yaklaşır?"

Bu sorunun çözümü için aşağıdaki gösterimlerden hangisi doğrudur?

- A) $x \rightarrow 3^+$ iken $x^2 - 1 \rightarrow 8$
 B) $x \rightarrow 3$ iken $x^2 - 1 \rightarrow 8$
 C) $x \rightarrow 3^-$ iken $x^2 - 1 \rightarrow 8$
 D) $x \rightarrow 3^-$ iken $x^2 - 1 \rightarrow 10$
 E) $x \rightarrow 3^+$ iken $x^2 - 1 \rightarrow 10$

2. Şekilde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

- A) $x \rightarrow 2^-$ iken $y \rightarrow 6$
 B) $x \rightarrow 2^+$ iken $y \rightarrow 4$
 C) $x \rightarrow 5^+$ iken $y \rightarrow 2$
 D) $x \rightarrow 0^+$ iken $y \rightarrow 7$
 E) $x \rightarrow 5^-$ iken $y \rightarrow 0$

3. x ve y gerçel sayılardır.

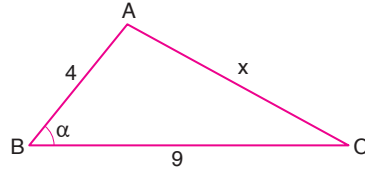
$$1 \leq x \leq 4$$

$$x \cdot y = 12 \text{ dir.}$$

Buna göre, x artan değerler olarak en büyük değerine yaklaşırken y nasıl değişir?

- A) Artarak 4 e yaklaşır.
 B) Artarak 3 e yaklaşır.
 C) Azalarak 4 e yaklaşır.
 D) Azalarak 3 e yaklaşır.
 E) Azalarak 1 e yaklaşır.

- 4.



ABC üçgen,

$$|AB| = 4 \text{ br}$$

$$|BC| = 9 \text{ br}$$

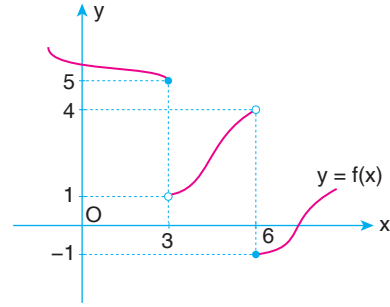
$$|AC| = x$$

$$m(\widehat{ABC}) = \alpha$$

Buna göre, $\alpha \rightarrow (180^\circ)^-$ iken x aşağıdaki sayılardan hangisine yaklaşır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

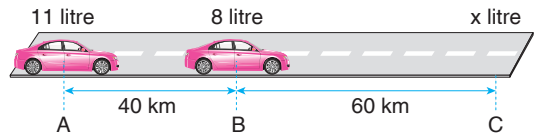
5. Şekilde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $x \rightarrow 3^+$ iken $f(2x)$ değeri aşağıdaki sayılardan hangisine yaklaşır?

- A) -1 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

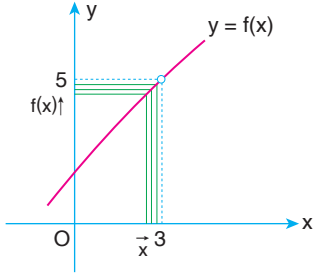
6. A noktasından yola çıkan şekildeki aracın deposunda 11 litre benzin vardır. 40 km ilerideki B noktasına vardığında deposunda 8 litre benzin kalan araç, sabit hızla benzin yakmaktadır.



Buna göre, B'den 60 km ilerideki C noktasına yaklaştığında aracın deposunda kalan benzin miktarı aşağıdaki sayılardan hangisine yaklaşır?

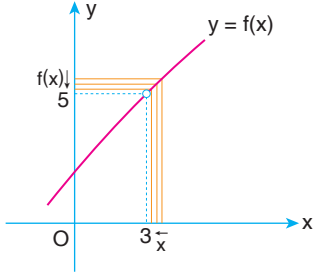
- A) 4 B) 3,5 C) 3 D) 2,5 E) 2

Limit Kavramı



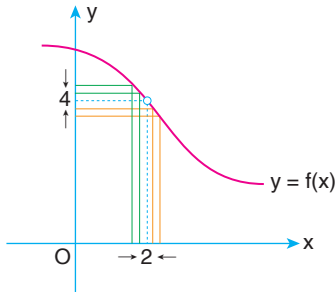
Grafikte x, 3 e soldan yaklaştıkça f(x) in 5 e yaklaştığı görülmektedir. Bu durum x, 3 e soldan yaklaşırken f(x) in sol limiti 5 tir olarak ifade edilir ve

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 5 \text{ olarak gösterilir.}$$



Grafikte x, 3 e sağdan yaklaştıkça f(x) in 5 e yaklaştığı görülmektedir. Bu durum x, 3 e sağdan yaklaşırken f(x) in sağ limiti 5 tir olarak ifade edilir ve

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 5 \text{ olarak gösterilir.}$$



Grafikte x, 2 ye soldan ve sağdan yaklaşırken f(x) in 4 e yaklaştığı görülür. Yani x, 2 ye yaklaşırken f(x) in sol ve sağ limiti 4 tür. Sol ve sağ limitler birbirine eşit olduğundan f(x) in x = 2 noktasında limiti vardır ve bu limit değeri 4 tür.

Yani

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4 \text{ olduğundan}$$

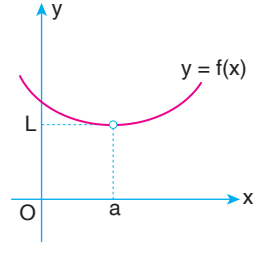
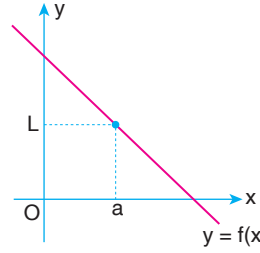
$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$$

olur.

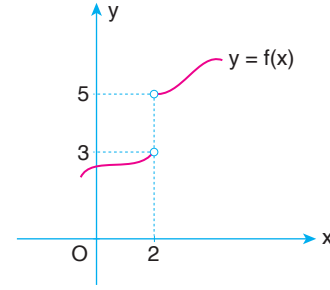
- Bir fonksiyonun bir noktadaki sol ve sağ limitleri birbirine eşitse, fonksiyonun o noktada limiti vardır.

L bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ dir.}$$



Şimdi ise aşağıdaki f fonksiyonunun grafiğini inceleyelim.



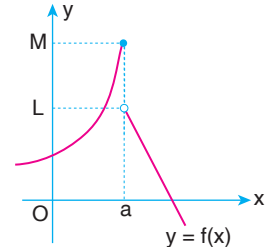
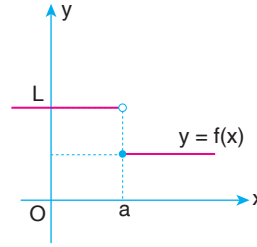
Grafikte f(x) in x = 2 noktasındaki sol limiti 3 ve sağ limiti 5 tir. Sol ve sağ limitler birbirinden farklı olduğundan f(x) in x = 2 noktasında limiti yoktur.

Yani

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \text{ olduğundan } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ yoktur.}$$

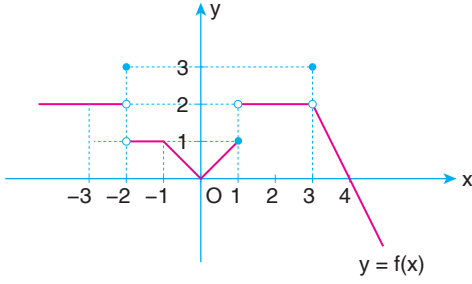
- Bir fonksiyonun bir noktadaki sol ve sağ limitleri birbirine eşit değilse, fonksiyonun o noktada limiti yoktur.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ yoktur.}$$



- Bir fonksiyonun bir noktada limitinin olması için fonksiyonun o noktada tanımlı olması gerekmemektedir. (Şu ana kadar çizilen grafikleri inceleyiniz.)

BKS 1



Şekilde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

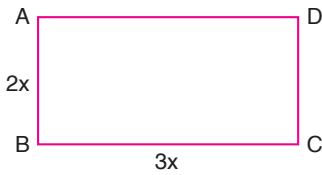
Buna göre, f fonksiyonunun $(-3, 4)$ aralığındaki tam sayılar için var olan limitlerini bulalım.

HIZLI BİLGİ

2019 MEB Programında, bir aralığın uçlarında limit değeri incelenmemektedir.

Dolayısıyla, yukarıdaki örnekte $x = -3$ ve $x = 4$ için limit incelenmedi.

BKS 2



ABCD dikdörtgen

$|AB| = 2x$ ve $|BC| = 3x$ olmak üzere,

$$\text{Çevre}(ABCD) = \text{Ç}(x)$$

$$\text{Alan}(ABCD) = A(x)$$

fonksiyonları tanımlanıyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \text{Ç}(x) \text{ ve } \lim_{x \rightarrow 3^+} A(x)$$

limitlerini bulalım.

Çözüm

Bir fonksiyonun grafiğinde kopukluk olan noktalara kritik noktalar denir. Kritik noktalarda sol ve sağ limitler incelenir. Kritik olmayan noktalarda fonksiyonun limiti vardır.

Buna göre, kritik olmayan noktalardaki limitler

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2 \text{ bulunur.}$$

Kritik olan $x = -2$, $x = 1$ ve $x = 3$ noktalarında ise

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 1 \end{array} \right\} \text{ limit yoktur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 \end{array} \right\} \text{ limit yoktur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2 \end{array} \right\} \text{ eşit olduğundan } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2 \text{ dir.}$$

$f(3) = 3$ olduğuna dikkat ediniz.

Dolayısıyla, bir fonksiyonun bir noktadaki limiti, fonksiyonun o noktadaki değerine eşit olmak zorunda değildir.

Çözüm

$$\text{Ç}(x) = 2(2x + 3x) = 10x$$

$$A(x) = 2x \cdot 3x = 6x^2$$

$x = 2$ noktası $\text{Ç}(x)$ için ve $x = 3$ noktası $A(x)$ için kritik nokta değildir.

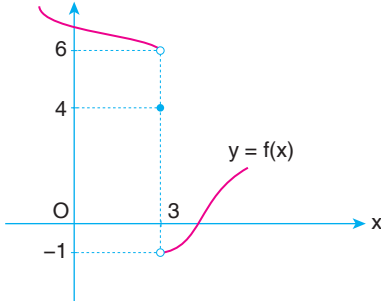
Dolayısıyla,

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \text{Ç}(x) = 10 \cdot 2 = 20$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} A(x) = 6 \cdot 3^2 = 54$$

bulunur.

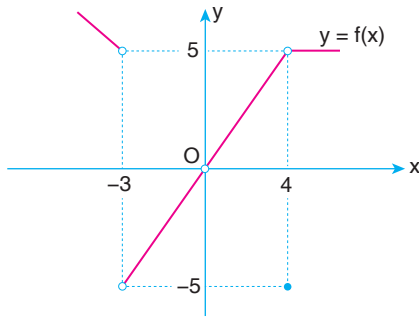
1. Şekilde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ farkı kaçtır?

- A) 7 B) 5 C) 3 D) 2 E) 0

2. Şekilde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) = 5$ B) $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = -5$
 C) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ D) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = -5$
 E) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

3. a ve b gerçel sayı olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = a + b$$

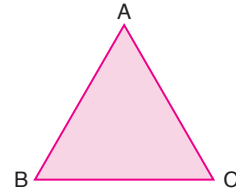
$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 2a - b - 1$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 1 D) -3 E) -4

4. Bir kenar uzunluğu x birim olan ABC eşkenar üçgenin çevresi $\Ç(x)$ ve alanı $A(x)$ tir.



$$\lim_{x \rightarrow k} \Ç(x) = 12 \text{ dir.}$$

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow k} A(x)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $16\sqrt{3}$
 D) $36\sqrt{3}$ E) $72\sqrt{3}$

5. Gerçel sayılar kümesinin bir A alt kümesinde tanımlı f fonksiyonunun $x = 4$ noktasındaki limiti 10 dur.

Buna göre,

I. $f(4) = 10$

II. $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 10$

III. $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 0$

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II
 D) II ve III E) I, II ve III

Limitin Özellikleri

$f(x)$ ve $g(x)$ in $x = a$ noktasında limitleri var olsun.

Buna göre,

1. $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$\lim_{x \rightarrow a} c = c$$

2. $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$\lim_{x \rightarrow a} c \cdot f(x) = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

3. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

4. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

5. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

6. $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$
 ($g(x) \neq 0$ ve $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$ ise)

7. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x))^n = \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right)^n$ ($n \in \mathbb{Z}^+$)

8. $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$ ($n \in \mathbb{Z}^+$)

(n çiftse, $f(x) \geq 0$ ve $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0$ olmalıdır.)

BKS 1

Gerçek sayılar kümesinde,

$$f(x) = 4x + 3$$

$$g(x) = x^2 + 5x - 1$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki limit değerlerini bulalım.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + g(x))$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - g(x))$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} (2f(x) + 3g(x))$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$

e) $\lim_{x \rightarrow -1} f^2(x)$

f) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{f(x) + g(x)}$

Cözüm

a) $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 7 + 5 = 12$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$
 $= 3 - (-1) = 4$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} (2f(x) + 3g(x)) = 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 2} f(x) + 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$
 $= 2 \cdot 11 + 3 \cdot 13 = 61$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 0} g(x)} = \frac{3}{-1} = -3$

e) $\lim_{x \rightarrow -1} f^2(x) = \left(\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \right)^2 = (-1)^2 = 1$

f) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{f(x) + g(x)} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} g(x)}$
 $= \sqrt{11 + 13} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

BKS 2

Gerçek sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları için

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2f(x) + g(x)) = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3f(x) - 2g(x)) = 14$$

eşitlikleri sağlanıyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) \cdot g(x))$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 8

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2f(x) + g(x)) = 2 \lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3f(x) - 2g(x)) = 3 \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 14$$

Birinci denklemin 2 katı ile ikinci denklem toplanırsa

$$7 \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 28 \implies \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -4 \text{ bulunur.}$$

CEVAP: A

BKS 3

Gerçek sayılar kümesinde

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$g(x) = x^2 - 1$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, k gerçel sayı olmak üzere,

I. $\lim_{x \rightarrow k} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)$

II. $\lim_{x \rightarrow k} \sqrt{f(x) \cdot g(x)}$

III. $\lim_{x \rightarrow k} \sqrt[3]{\frac{g(x)}{f(x)}}$

limitlerinin hangileri daima bir gerçel sayıya eşittir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) II ve III

Çözüm

I. $k = 1$ için $g(1) = 0$ olduğundan limit bir gerçel sayıya eşit değildir.

II. $k = 0$ için $\sqrt{1 \cdot (-1)}$ tanımsızdır. Dolayısıyla limit yoktur.

III. Kökün derecesi tektir, dolayısıyla kök içi negatif olabilir. Ayrıca, $x^2 + 1 > 0$ olduğundan payda sıfır olamaz.

CEVAP: C

» LİMİTİN ÖZELLİKLERİ

1. Gerçel sayılar kümesinde,

$$f(x) = 2x^3 + 54$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki a değerlerinden hangisi için

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)}$ limiti yoktur?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

- 2.

Dik koordinat düzleminde $A(x_1, y_1)$ noktasından geçen ve eğimi m olan bir doğrunun denklemi $y - y_1 = m(x - x_1)$ ile bulunur.

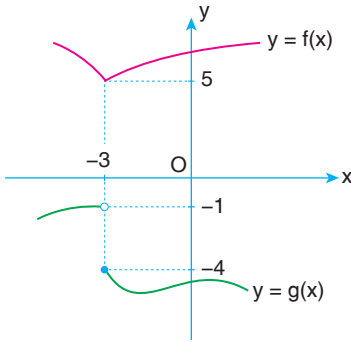
f ve g doğrusal fonksiyonları için şunlar bilinmektedir.

- Eğimi -1 olan f fonksiyonunun grafiği $A(5, -1)$ noktasından geçmektedir.
- Eğimi 1 olan g fonksiyonunun grafiği $B(5, 7)$ noktasından geçmektedir.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ eşitliğini sağlayan a gerçel sayısı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

3. Şekilde gerçel sayılar kümesinde tanımlı
- f
- ve
- g
- fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} (f(x) + 2g(x))$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 1 E) 3

4. Gerçel sayılar kümesinde,

$$f(x) = x^2 + 2x + 3$$

$$g(x) = 2x + 3$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ limitinin değerini 2 yapan a gerçel sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -3 B) -2 C) 3 D) 6 E) 9

- 5.
- f
- ve
- g
- gerçel sayılar kümesinde tanımlı fonksiyonlardır.

Buna göre, a gerçel sayısı ve n doğal sayısı için,

$$I. \lim_{x \rightarrow a} (2f(x) + 3g(x)) = 2 \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) + 3 \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$II. \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

$$III. \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x) \cdot g(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} \cdot \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

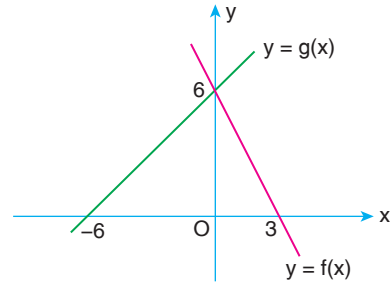
eşitliklerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
-
- D) I ve III E) I, II ve III

- 6.

Eksenleri $A(a, 0)$ ve $B(0, b)$ noktalarında kesen d doğrusunun denklemi $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ile bulunur.

Bu doğru denklemi $y = f(x)$ şeklinde yazılırsa, doğrusal f fonksiyonu elde edilir.



Şekilde doğrusal f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 100} (f(x) + 2 \cdot g(x))$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 100 E) 300

Polinom Fonksiyonunun Limiti

a gerçel sayı ve n doğal sayı olmak üzere,

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

ifadesi bir polinom fonksiyonu belirtir. Her k gerçel sayısı için f polinom fonksiyonunun limiti vardır.

Bu limit değeri $\lim_{x \rightarrow k} f(x) = f(k)$ ile bulunur. Yani polinom fonksiyonunun her noktadaki limiti, fonksiyonun o noktadaki değerine eşittir

BKS 1

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (3x^2 + 5x - 1) + \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^5 - 4) + \lim_{x \rightarrow 0} (5x^2 + 7x - 1)$$

toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 17 B) 15 C) 13 D) 11 E) 9

Çözüm

Polinom fonksiyonlarının her noktadaki limiti, o noktadaki değerine eşittir.

Dolayısıyla, istenen toplam

$$(3 \cdot 4 + 5 \cdot 2 - 1) + (1^5 - 4) + (0 + 0 - 1) = 17 \text{ bulunur.}$$

CEVAP: A

BKS 2

P , başkatsayısı 2 olan ikinci dereceden polinom fonksiyonudur.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} P(x) = \lim_{x \rightarrow 3} P(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} P(x) = 1$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2^+} P(x)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -3 C) -5 D) -7 E) -9

Çözüm

P , polinom fonksiyonu olduğundan

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} P(x) = P(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} P(x) = P(3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} P(x) = P(0) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} P(x) = \lim_{x \rightarrow 3} P(x) = c \text{ olsun.}$$

$$P(1) = P(3) = c$$

$$P(x) = 2(x - 1)(x - 3) + c$$

$$P(0) = 2(-1)(-3) + c = 1$$

$$c = -5 \text{ olup}$$

$$P(x) = 2(x - 1)(x - 3) - 5 \text{ tir.}$$

Buradan, $\lim_{x \rightarrow 2^+} P(x) = P(2) = 2 \cdot 1 \cdot (-1) - 5 = -7$ bulunur.

CEVAP: D